ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 2003

Θέμα 1ο

Α. θεωρία σελ. 28 σχ. βιβλίο

Β. θεωρία σελ. 13 σχ. βιβλίο

Γ. θεωρία σελ. 87 σχ. βιβλίο

Δ. α) λάθος, β) λάθος, γ) σωστό, δ) σωστό, ε) λάθος

Θέμα 2ο

Ονομάζω τα ενδεχόμενα

Α: ο καθηγητής είναι γυναίκα

Β: ο καθηγητής είναι φιλόλογος

Με $P(A)=\frac{55}{100}, P(B)=\frac{40}{100}, P(A\cap B)=\frac{30}{100}$

α) το ενδεχόμενο γυναίκα ή φιλόλογος είναι το $A\cup B$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{55}{100}+\frac{40}{100}-\frac{30}{100}=\frac{65}{100}$$

β) Το ενδεχόμενο γυναίκα και όχι φιλόλογος είναι το $A-B$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{55}{100}-\frac{30}{100}=\frac{25}{100}$$

γ) Το ενδεχόμενο άνδρας και φιλόλογος είναι το $B-A$

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{40}{100}-\frac{30}{100}=\frac{10}{100}$$

δ) Το ενδεχόμενο άνδρας ή φιλόλογος είναι το $A'\cup B$

$$P(A'\cup B)=P(A')+P(B)-P(A'\cap B)=$$
$$=1-P(A)+P(B)-P(A'\cap B)=$$
$$=1-P(A)+P(B)-P(B-A)= \qquad [P(A'\cap B)=P(B-A)]$$
$$=1-\frac{55}{100}+\frac{40}{100}-\frac{10}{100}=\frac{75}{100}$$

Θέμα 3ο

Α. γ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Β. $f'(x)=\frac{(x)'(x^2-1)-(x^2-1)'x}{(x^2-1)^2}=\frac{1(x^2-1)-2xx}{(x^2-1)^2}=\frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2}=-\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}<0$ για κάθε $x\in\Re-\{-1,1\}$

Γ. $\lim\limits_{x\to-1}[(x+1)f(x)]=\lim\limits_{x\to-1}\left[(x+1)\frac{x}{x^2-1}\right]=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x}{x-1}=\frac{-1}{-1-1}=\frac{1}{2}$

Δ. ισχύει ότι $\varepsilon\varphi\omega=f'(0)=-1$

Άρα η γωνία $\omega=135^\circ$ $\left(\text{ή } \frac{3\pi}{4}\text{rad}\right)$

Θέμα 4ο

α) Ομάδα Α

$\bar{x}=\frac{1+8+9+5+3+4}{6}=\frac{30}{6}=5$

Βάζουμε τις τιμές του δείγματος σε αύξουσα φυσική σειρά

1 3 4 5 8 9

Επειδή $\nu=6(\text{άρτιος})$ $\delta_A=\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{4+5}{2}=4,5$

Ομάδα Β

$\bar{x}_B=\frac{7+14+6+4+12+5}{6}=\frac{48}{6}=8$

βάζουμε τις τιμές του δείγματος σε αύξουσα φυσική σειρά

4 5 6 7 12 14

επειδή $\nu=6(\text{άρτιος})$ $\delta_B=\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{6+7}{2}=6,5$

β) Θα υπολογίσω τους συντελεστές μεταβλητότητας των δειγμάτων

Ομάδα Α

$$S_A^2=\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2}{6}=\frac{(1-5)^2+(8-5)^2+(9-5)^2+(5-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2}{6}=$$

$$=\frac{16+9+16+0+4+1}{6}=\frac{46}{6}=\frac{23}{3}\cong 7,67$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$$S_A = \sqrt{7,67} \cong 2,77, CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{2,77}{5} = 0,554$$

Ομάδα Β

$$S_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})^2}{6} = \frac{(7-8)^2 + (14-8)^2 + (6-8)^2 + (4-8)^2 + (12-8)^2 + (5-8)^2}{6} =$$

$$= \frac{1+36+4+16+16+9}{6} = \frac{82}{6} = \frac{41}{3} \cong 13,67$$

$$S_B = \sqrt{13,67} \cong 3,70,\ CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,70}{8} = 0,462$$

επειδή $CV_B < CV_A$ η ομάδα Β είναι πιο ομοιογενής

γ) Ομάδα Α

η αύξηση όλων των τιμών κατά ποσοστό 20% ισοδυναμεί με

πολλαπλασιασμό των τιμών με $\alpha = 1 + \frac{20}{100} = 1,20$

άρα $\bar{y}_i = 1,20 \cdot x_i$ τότε $\bar{y} = 1,20 \cdot \bar{x} = 1,20 \cdot 5 = 6$

Ομάδα Β

θα ισχύει ότι $z_i = x_i + 5$ άρα $\bar{z} = \bar{x} + 5 = 13$

δ) $S_A^{'} = 1,20 \cdot S_A = 1,20 \cdot 0,554 = 0,665$

$S_B^{'} = S_B = 0,462$

τότε $CV_A^{'} = \frac{S_A^{'}}{\bar{y}} = \frac{0,665}{6} = 0,11$

$CV_B^{'} = \frac{S_B^{'}}{\bar{z}} = \frac{0,462}{13} = 0,07$

επειδή $CV_B^{'} < CV_A^{'}$ πιο ομοιογενής η Β ομάδα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ