ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΜΕΤΑΒΑΣΗ
πλάι στον μαθητή!

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 2006

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία σχ. βιβλίο
Β. α) Θεωρία σχ. βιβλίο
β) Θεωρία σχ. βιβλίο
Γ. α-Σ
β-Σ
γ-Λ
δ-Λ

ΘΕΜΑ 2ο

x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$	$f_i\%$
0	α+4 = 7	7	0	14
1	5α+8 = 23	30	23	46
2	4α = 12	42	24	24
3	α -1 = 2	44	6	4
4	2 α = 6	50	24	12
ΣΥΝΟΛΟ	50		77	100

α) v=50 $\Leftrightarrow$ α+4+5α+8+4+α-1+2α=50 $\Leftrightarrow$ 13α=39 $\Leftrightarrow$ α=3

β) $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i v_i}{v} = \frac{77}{50} = \frac{154}{100} = 1{,}54$

γ) v=50 = άρτιος άρα $\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$

δ) Έστω Α το ενδεχόμενο «ένας μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία». Το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία είναι $f_3\%+f_4\%=4\%+12\%=16\%$. Άρα η P(A)=16%

ΘΕΜΑ 3ο

α) Έστω τα ενδεχόμενα
Α: «το άτομο είναι αγόρι»
Β: «το άτομο είναι κορίτσι»
Είναι: $N(A)=x>0$ και $N(B)=(x+4)^2 = x^2+8x+16$
Οπότε $N(\Omega)=x+x^2+8x+16=x^2+9x+16$

Η πιθανότητα το άτομο να είναι αγόρι είναι: $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{x}{x^2+9x+16}$, $x>0$ και $P(A)<1$.

β) $P(A) = \frac{1}{19} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2+9x+16} = \frac{1}{19} \Leftrightarrow x^2+9x+16 = 19x \Leftrightarrow x^2-10x+16=0$
Δ=36 x=2 ή x=8
Για x=2: $N(\Omega)=2^2+9\cdot 2+16=38$ δεκτό
Για x=8: $N(\Omega)=8^2+8\cdot 8+16=144>100$ απορρίπτεται

Άρα x=2. Οπότε τα μέλη του ομίλου είναι N(Ω)=38.

Η πιθανότητα να επιλεγεί κορίτσι είναι: $P(B)=\frac{N(B)}{N(\Omega)}=\frac{(2+4)^2}{38}=\frac{36}{38}=\frac{18}{19}$

γ) Η πιθανότητα να επιλεγεί αγόρι είναι : $P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{x}{x^2+9x+16}$

Θεωρώ τη συνάρτηση : $f(x)=\frac{x}{x^2+9x+16}, x>0$

Είναι :

$$f'(x)=\frac{(x)'(x^2+9x+16)-x(x^2+9x+16)'}{(x^2+9x+16)^2}=\frac{x^2+9x+16-x(2x+9)}{(x^2+9x+16)^2}=$$

$$=\frac{x^2+9x+16-2x^2-9x}{(x^2 9x+16)^2}=\frac{16-x^2}{(x^2+9x+16)^2}$$

έχουμε : $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{16-x^2}{(x^2+9x+16)^2}=0 \Leftrightarrow 16-x^2=0 \Leftrightarrow x=4 \text{ ή } x=-4(\text{απορ})$

και $f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{16-x^2}{(x^2+9x+16)^2}>0$.

Για x>0 είναι $(x^2+9x+16)^2>0$ οπότε $f'(x)>0 \Leftrightarrow 16-x^2>0 \Leftrightarrow -4<x<4$

Ο πίνακας μεταβολών της f είναι:

x	0	4
f'	+	-
f	↗	↘

Η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο για x=4.
Άρα η πιθανότητα P(A) γίνεται μέγιστη για x=4
Τότε ο αριθμός των αγοριών είναι : N(A)=x=4,

και η πιθανότητα είναι $P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{4}{4^2+9\cdot 4+16}=\frac{4}{68}=\frac{1}{17}$

ΘΕΜΑ 4^o

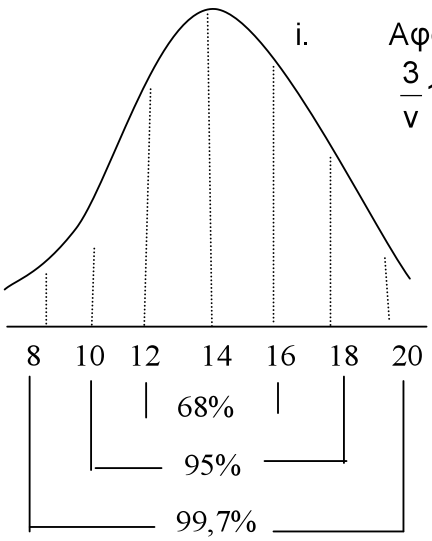
Η $f'(x)=-4x+k+4\frac{1}{2\sqrt{x}}$, x>0

α) Αφού η εφαπτομένη (ε) της C_f στο Α(1,f(1)) είναι παράλληλη στον x'x άρα f'(1)=0$\Leftrightarrow$ -4+k+2=0$\Leftrightarrow$ k=2

β) $\bar{x}=f(1)=14$

αφού $f'(4) = -16+2+4\frac{1}{4} = -13$

άρα $s = -\frac{2(-13)}{13} \Leftrightarrow s = 2$



i. Αφού 3 παρατηρήσεις σε σύνολο ν είναι ≤ 8 άρα $\frac{3}{\nu}100 = 0{,}15 \Leftrightarrow \nu = 2000$. Στο (10,16) βρίσκονται το 68% + $\frac{95\% - 68\%}{2}$ των παρατηρήσεων, άρα το 81,5% των παρατηρήσεων. Άρα ο αριθμός των μαθητών είναι 81,5% · 2000 = 1630 μαθητές.

ii. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} > \frac{1}{10}$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Οι καινούργιες παρατηρήσεις γίνονται $y_i = x_i + \alpha$

Άρα $\bar{y} = \bar{x} + \alpha = 14 + \alpha$

$s_y = s_x = 2$

Αφού πρέπει $CV_y \le 10\%$

$$\frac{2}{14+\alpha} \le 0{,}1 \Leftrightarrow 2 \le 1{,}4 + 0{,}1\alpha$$

$$0{,}6 \le 0{,}1\alpha$$

$$\alpha \ge 6$$

άρα $\alpha_{min} = 6$