ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 2007

ΘΕΜΑ1ο:

Α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 152
Β.
α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 22
β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 87

Γ1. α. Σ
β. Σ
γ. Λ

Γ2.
$f_1'(x) = vx^{v-1}$
$f_2'(x) = \frac{1}{x}$
$f_3'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f_4'(x) = -\eta\mu x$

ΘΕΜΑ 2ο:

$f(x) = x \cdot e^x + 3,\ x \in R$

α) $f'(x) = e^x + e^x x = e^x(x+1)$
Τότε $f'(x) - f(x) = e^x(x+1) - (x\ e^x + 3) = e^x - 3$

β) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x(x+1) - e^x}{x^2 - x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x x}{x(x-1)} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{0-1} = -1$

ΘΕΜΑ 3ο:

$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5) = \kappa$
Όμως $P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1$

$\Rightarrow \kappa + \kappa + \kappa + \kappa + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} = 1 \Rightarrow 11\kappa = 2 \Rightarrow \kappa = \frac{2}{11}$

Άρα, $P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = \frac{2}{11}$ και

$P(3) = P(4) = P(5) = \frac{1}{11}$

β) Επειδή $A \cap B = \{-1, 3\}$ και το $A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Πρέπει το στοιχείο $x^2 - x - 3$ να είναι ίσο με –1, δηλαδή $x^2 – x – 3 = -1$ ή $x^2 – x – 2 = 0$.
Από όπου βρίσκουμε $x = -1$ ή $x = 2$

Για $x = -1$ έχουμε
$A = \{1,3,-1\}$ $B = \{2,0,-1,3\}$.
Πράγματι $A \cap B = \{-1,3\}$

Για $x = 2$ έχουμε:
$A = \{1,3,-1\}$ $B = \{2,3,8,-3\}$
Τότε $A \cap B = \{3\}$ απορρίπτεται
Τελικά $x = -1$

γ) Αν $x = -1$ έχουμε:
$A = \{1,3,-1\}$ $B = \{2,0,-1,3\}$

$$P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

$$P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$$

$$P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + 1 - P(B) - P(A - B) = \frac{5}{11} + 1 - \frac{7}{11} - \frac{2}{11} = \frac{7}{11}$$

ΘΕΜΑ 4ο:

α) $$\bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{25} = \frac{12 + 18 + t_3 + t_4 + ... + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=}^{25} t_i}{25} = \frac{16 + 14 + t_3 + t_4 + ... + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

β) $$S^2{}_A = \frac{\sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{x}_A)^2}{25} = \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} = \frac{9 + 9 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} =$$

$$= \frac{18 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$$S^2_B = \frac{\sum_{i=1}^{25}(t_i - \bar{x}_B)^2}{25} = \frac{(16-15)^2 + (14-15)^2 + \sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} = \frac{2 + \sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25}$$

Τότε $S^2_A - S^2_B = \frac{18 + \sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} - \frac{2 + \sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} = \frac{16}{25}$

γ)

α' τρόπος

$$CV_A = \frac{1}{15} \text{ ή } \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \text{ ή } S_A = \frac{1}{15}\bar{x}_A \text{ ή } S_A = 1.$$

Από το β ερώτημα έχουμε $S^2_A - S^2_B = \frac{16}{25}$ οπότε:

$$S^2_B = S^2_A - \frac{16}{25} \text{ ή } S^2_B = \frac{9}{25} \text{ ή } S_B = \frac{3}{5}.$$

Τελικά $CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B}$ ή $CV_B = \frac{\frac{3}{5}}{15}$ ή $CV_B = \frac{3}{75}$ ή $CV_B = \frac{1}{25}$

β' τρόπος

$$S^2_A - S^2_B = \frac{16}{25}$$

$$\frac{S^2_A}{15^2} - \frac{S^2_B}{15^2} = \frac{16}{15^2 25}$$

$$CV^2_A - CV^2_B = \frac{16}{15^2 25}$$

$$CV^2_B = \frac{1}{15^2} - \frac{15}{15^2 25}$$

$$CV^2_B = \frac{9}{15^2 25} \xrightarrow{CV_B \geq 0} CV_B = \frac{3}{75} \Rightarrow CV_B = \frac{1}{25}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ