ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ
14/5/2011

ΘΕΜΑ Α

Α1, Α2, Α3 Θεωρία σχολ. βιβλίου

Α4

α – Λ
β – Λ
γ – Σ
δ – Λ
ε – Σ

ΘΕΜΑ Β

$$P(M)=\frac{N(M)}{N(\Omega)}=\frac{1}{4} \qquad (1)$$

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=4\lambda^2 \qquad (2)$$

$$P(K)=\frac{N(K)}{N(\Omega)}=-5\lambda+\frac{7}{4} \qquad (3)$$

Πρέπει $0\le 4\lambda^2\le 1\Rightarrow \lambda\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

$0\le -5\lambda+\frac{7}{4}\le 1\Leftrightarrow \frac{3}{20}\le\lambda\le\frac{7}{20}$

Άρα $\lambda\in\left[\frac{3}{20},\frac{7}{20}\right]$

Β1

$$\left.\begin{array}{l}\text{Από (1) } N(\Omega)=4N(M)\\ \text{Αφού } 64<N(\Omega)<72\end{array}\right\}64<4N(M)<72\Leftrightarrow 16<N(M)<18\xrightarrow{\text{αλλά } N(M)\in\mathbb{N}^*}N(M)=17$$

άρα $N(\Omega)=4\cdot 17=68$

Β2

Αφού $P(M)+P(A)+P(K)=1\Leftrightarrow 4\lambda^2-5\lambda+\frac{7}{4}+\frac{1}{4}=1\Leftrightarrow 16\lambda^2-20\lambda+4=0\Leftrightarrow$

$4\lambda^2-5\lambda+1=0$

$$\Delta=25-16=9 \text{ άρα } \lambda_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{8}=\begin{cases}\lambda_1=1 & \text{Απορρίπτεται}\\ \lambda_2=\frac{1}{4} & \text{δεκτή}\end{cases}$$

Β3

Από τη $(2)\Rightarrow N(A)=4\lambda^2\cdot 68 \qquad (4)$

Από τη $(3)\Rightarrow N(K)=\left(-5\lambda+\frac{7}{4}\right)\cdot 68 \quad (5)$

N(M) = 17 μαύρες σφαίρες

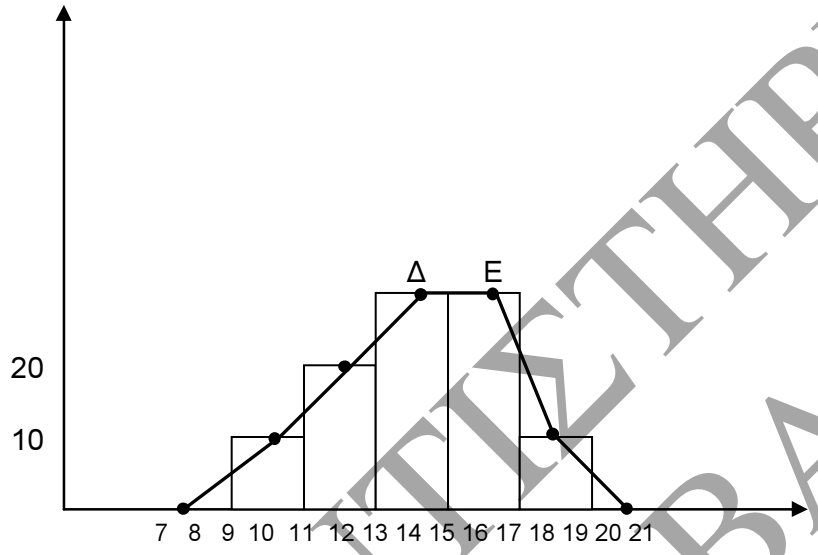
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Από την $(4) \Rightarrow N(A) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 68 = 17$ άσπρες

Από την $(5) \Rightarrow N(K) = \left(-5\frac{1}{4} + \frac{7}{4}\right) \cdot 68 = 34$ κόκκινες

Β4

$$P(A \cup M) \overset{A \cap M = \varnothing}{=} P(A) + P(M) = \frac{17}{68} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



ΘΕΜΑ Γ

Γ1, Γ2, Γ3

ΚΛΑΣΕΙΣ	x_i	f_i%
[9 - 11)	10	10
[11 - 13)	12	20
[13 - 15)	14	f_4%
[15 - 17)	16	f_5%
[17 - 19)	18	10
ΣΥΝΟΛΟ		100

$\sum_{i=1}^{5} f_i\% = 100$ άρα $40\% + f_4\% + f_5\% = 100\% \Leftrightarrow f_4\% + f_5\% = 60\%$

Αφού ΔΕ//xx΄ άρα $f_4\% = f_5\%$

Άρα $f_4\% = f_5\% = 30$

Γ4

Γνωρίζοντας ότι τα f_i κατανέμονται ομοιόμορφα σε κάθε κλάση έχω ότι:

Πάνω από 15χιλ. ευρώ αντιστοιχεί στο ποσοστό $f_5\% + f_6\% = 30 + 10 = 40\%$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Γ5

Αφού το εμβαδό του χωρίου είναι 80 έχω ότι ν = 80
Άρα δικαιούται το εφάπαξ το 40% του 80 άρα 32 υπάλληλοι.

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x)=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}$$

Δ1

$$f'(x)=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}\cdot\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{5}x\right)'=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}\cdot\left(x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}\right)$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}-0\Leftrightarrow 15x^2-11x+2=0$$

Δ=121 – 120 = 1

$$x_{1,2}=\frac{11\pm1}{30}=\begin{cases}\frac{2}{5}\\ \frac{1}{3}\end{cases}$$

x	$-\infty$		1/3		2/5		$+\infty$
f΄(x)		+	○	-	○	+	
f(x)		↗		↘		↗	

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)>0 \text{ στο } \left(-\infty,\frac{1}{3}\right] \\ f(x) \text{ συνεχής στο } \left(-\infty,\frac{1}{3}\right]\end{array}\right\} f(x) \text{ αύξουσα στο } \left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)<0 \text{ στο } \left(\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right) \\ f(x) \text{ συνεχής στο } \left[\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right]\end{array}\right\} f(x) \text{ φθίνουσα στο } \left[\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)>0 \text{ στο } \left(\frac{2}{5},+\infty\right) \\ f(x) \text{ συνεχής στο } \left[\frac{2}{5},+\infty\right)\end{array}\right\} f(x) \text{ αύξουσα στο } \left[\frac{2}{5},+\infty\right)$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Άρα τοπικό μέγιστο στο $x_0 = \frac{1}{3}$ το $f\left(\frac{1}{3}\right)$

Και τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = \frac{2}{5}$ το $f\left(\frac{2}{5}\right)$

Δ2

Αφού $A \subseteq B$ τότε $P(A) \le P(B)$, $A \cap B = A$, $A \cup B = B$,

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ και $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

$$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

Δ3.

A)

$f(x) = h(x)$

$$\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5}x\left(\frac{2x^2}{2} - x - \frac{1}{3}\right)$$

$$x\left(\frac{x^2}{3} - \frac{11x}{30} + \frac{2}{15} - \frac{2x^2 10}{} + \frac{x}{5} + \frac{1}{15}\right) = 0$$

$$x\left(\frac{10x^2}{30} - \frac{5x}{30} + \frac{3}{15}\right) = 0$$

$x = 0$ ή $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = 25 - 24 = 1$

x = 2 ή x=3

B)

x_i	v_i	$x_i v_i$
0	1	0
2	5	10
3	7	21
Σύνολο	13	31

άρα $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i v_i}{v} = \frac{31}{13}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ