ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη: σχολ. Βιβλίο σελ. 30

Α2. Ορισμός: σχολ. Βιβλίο σελ. 13

Α3. Ορισμός: σχολ. Βιβλίο σελ 59

Α4. α) - Σ , β) - Λ , γ) – Λ , δ) – Λ , ε) - Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\sum_{i=1}^{4} \nu_i = 40 = \nu$.

Β2.

$[-)$	x_i	ν_i	f_i	$x_i f_i$
$2-4$	3	12	0,3	0,9
$4-6$	5	8	0,2	1
$6-8$	7	14	0,35	2,45
$8-10$	9	6	0,15	1,35
		40	1	5,7

$f_1 = \frac{12}{40} = 0,3$ $f_2 = \frac{8}{40} = 0,2$ $f_3 = \frac{14}{40} = 0,35$ $f_4 = \frac{6}{40} = 0,15$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Β3.

α) $\overline{x}=\sum_{i=1}^{4} x_i f_i = 5,7$.

β) Πλήθος $[4,5-10)=\frac{6-4,5}{6-4}\nu_2+\nu_3+\nu_4=0,75\cdot 8+14+6=6+14+6=26$.

ΘΕΜΑ Γ

$P(K)=x_1$, $P(A)=x_2$, $x_1<x_2$

$f(x)=4x^3-\frac{7}{2}x^2+x-1$

Γ1.

f: παραγωγίσιμη και $x\in R$

$f'(x)=12x^2-7x+1$

$f'(x)=0$

$\Delta=49-48=1$

$x_{1,2}=\frac{7\pm 1}{24}=\begin{cases} x_1=\frac{6}{24}=\frac{1}{4} \\ x_2=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}\end{cases}$ $Άρα\ P(K)=\frac{1}{4}$ και $P(A)=\frac{1}{3}$

x		¼		⅓	
f′(x)	+		-		+
f(x)	↗		↘		↗

f′(x) > 0 για $x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

f′(x) < 0 για $x\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$

f(x) γν. αύξουσα για $x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$

f(x) γν. φθίνουσα για $x\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right]$

f(x) γν. αύξουσα για $x\in\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$

$P(\Omega)=1\Leftrightarrow P(K)+P(A)+P(\Pi)=1\Leftrightarrow\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+P(\Pi)=1\Leftrightarrow\frac{7}{12}+P(\Pi)=1\Rightarrow P(\Pi)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Γ2 Γ: $K \cup A$ *Όμως* $K \cap A = \varnothing$

Άρα $P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

Δ: $K' \cap A'$

Άρα $P(\Delta) = P(K' \cap A')' = P(\Pi') = 1 - P(\Pi) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

E: $A \cup \Pi'$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') =$$
$$= P(A) + P(\Pi') - P(A - \Pi) = P(A) + P(\Pi') - P(A) + P(A \cap \Pi)$$
$$= 1 - P(\Pi) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Γ3 $N(\Pi) = N(A) + 4$ (1)

$$P(\Pi) = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{5}{12} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow 5N(\Omega) = 12N(\Pi) \Leftrightarrow N(\Pi) = \frac{5}{12}N(\Omega) \quad (2)$$

$$P(\Pi) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = 3N(A) \Leftrightarrow N(A) = \frac{N(\Omega)}{3} \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{5}{12}N(\Omega) = \frac{N(\Omega)}{3} + 4 \Leftrightarrow 5N(\Omega) = 4N(\Omega) + 48$$
$$N(\Omega) = 48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $x + x + \alpha + \alpha = 20$

$2\alpha = 20 - 2x$

$\alpha = 10 - x$

$E(x) = 2 \cdot (5) \cdot (10 - x) + x \cdot (10 - x) + 2 \cdot 5 \cdot x = 100 - 10x + 10x - x^2 + 10x = -x^2 + 10x + 100,$

με $x \in (0, 10)$.

$E(x)$ παραγωγίσιμη για $x \in R$.

$E'(x) = -2x + 10$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

x	0		5		10
$E'(x)$	▨	+	0	−	▨
$E(x)$	▨	↗		↘	▨

$E'(x) > 0$ για $x \in (0, 5)$. $E(x) \uparrow$ στο $(0, 5]$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$E'(x)<0$ για $x\in(5,10)$. $E(x)\downarrow$ στο $[5,10)$.

Η επιφάνεια γίνεται μέγιστη για $x=5$.

Δ2.

α) $CV_x>0,1$

$\overline{x}=8$

$25^2-55+2=0$

$\Delta=25-16=9$

$$s_{1,2}=\frac{5\pm3}{4}\begin{cases}\frac{5+3}{4}=2\\ \frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}\end{cases}$$

Εάν $s=2$: $CV_x=\frac{5}{|\overline{x}|}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$ δεκτή

Εάν $s=\frac{1}{2}$: $CV_x=\frac{5}{|\overline{x}|}=\frac{\frac{1}{2}}{8}=\frac{1}{16}<0,1$ απορρίπτεται

β) $s^2=\frac{\Sigma t_i^{\,2}}{\nu}-\left(\frac{\Sigma t_i}{\nu}\right)^2\Leftrightarrow 4=\frac{\Sigma t_i^{\,2}}{\nu}-\overline{x}^{\,2}\Leftrightarrow 4=\frac{\Sigma t_i^{\,2}}{\nu}-64\Leftrightarrow\frac{\Sigma t_i^{\,2}}{\nu}=68.$

Δ3. $s=x_1<x_2<\ldots\ldots<x_{14}<x_{15}=9$

$f\downarrow$ στο $[5,10]$, άρα $y_{15}<y_{14}<\ldots\ldots<y_2<y_1$.

$y_{15}=E(x_{15})=E(9)=-9^2+10\cdot9+100=-81+90+100=109$

$y_1=E(x_1)=E(5)=-5^2+10\cdot5+100=-25+50+100=25+100=125.$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$R = y_1 - y_{15} = 125 - 109 = 16$

$y_i > -4\,xi + 9 \cdot 16 + 1$

$-x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 144 + 1$

$-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$

$\Delta = 16$

$$x_{1,2} = \frac{-14 \pm 4}{-2} \begin{cases} \frac{-14+4}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \\ \frac{-14-4}{-2} = \frac{-18}{-2} = 9 \end{cases}$$

x_i		5		9	
$-x_i^2 + 14x_i - 45$	$-$	0	$+$	0	$-$

$x_i \in (5, 9)$.

Άρα, αφού $x_1 = 5$ και $x_{15} = 9$.

$$B = \{x_2, \ldots\ldots, x_{14}\} \Rightarrow P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ