ΦΥΣΙΚΗ

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ & ΕΠΑ.Λ. Β'

25 ΜΑΪΟΥ 2012

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

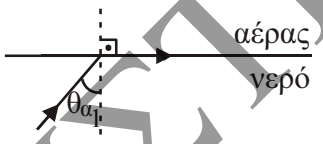
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ, **Α2.** β, **Α3.** γ, **Α4.** γ

Α5. α. Σ,
β. Σ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

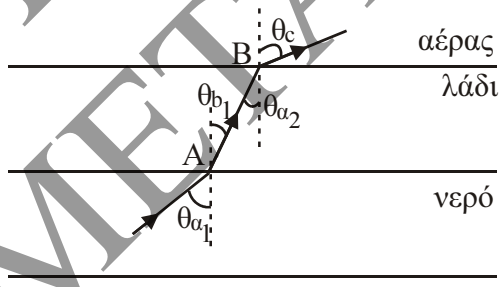
Β1. Σωστό το γ.



Αρχικά Snell μεταξύ νερού – αέρα

$n_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}} \cdot \eta\mu\theta_{\alpha_1} = n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha} \cdot \eta\mu 90^\circ$, Όμως $n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha} = 1$ και $\eta\mu 90^\circ = 1$

Άρα: $n_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}} = \dfrac{1}{\eta\mu\theta_{\alpha_1}}$ (1)



Snell στο (A) νερό- λάδι

$$n_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}} \cdot \eta\mu\theta_{\alpha_1} = n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota} \cdot \eta\mu\theta_{b_1} \overset{(1)}{\Longrightarrow} \frac{1}{\eta\mu\theta_{\alpha_1}} \cdot \eta\mu\theta_{\alpha_1} = n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota} \cdot \eta\mu\theta_{b_1} \Rightarrow \eta\mu\theta_{b_1} = \frac{1}{n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota}} \quad (2)$$

Snell στο (B) :

$n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota} \cdot \eta\mu\theta_{\alpha_2} = n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha} \cdot \eta\mu\theta_c$ (3)

Όμως $\theta_{b_1} = \theta_{a_2}$ εντός εναλλάξ και $n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha}=1$.

Άρα από τη σχέση (2) η (3) γίνεται:

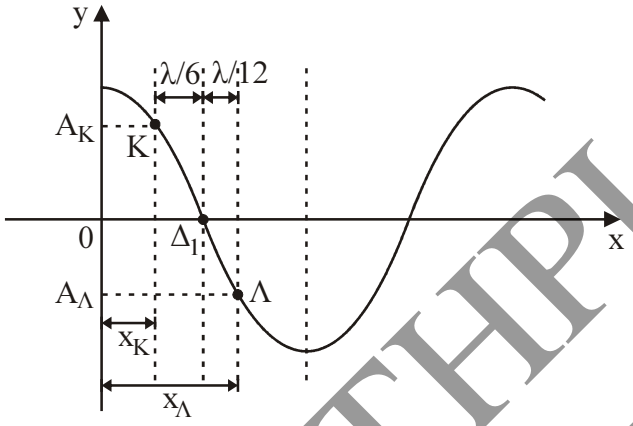
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$$n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota} \cdot \frac{1}{n_{\lambda\acute{\alpha}\delta\iota}} = \eta\mu\theta_c \Rightarrow \eta\mu\theta_c = 1$$

Άρα $\theta_c = 90^\circ$

Άρα θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.
Οπότε σωστό είναι το γ.

B2. Σωστό είναι το α.



Η απόσταση των σημείων Κ, Λ από τη θέση x = 0 είναι αντίστοιχα:

$$x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} \Rightarrow x_K = \frac{\lambda}{12}$$

$$x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Rightarrow x_\Lambda = \frac{4\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

Τα πλάτη της ταλάντωσης A_K, A_Λ των σημείων Κ, Λ δίνονται :

$$A_K = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_K}{\lambda}\right| \text{ και } A_\Lambda = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}\right|$$

$$A_K = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{12}\right| \Rightarrow A_K = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\right| = \sqrt{3}\cdot A$$

Άρα: $A_\Lambda = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{3}\right| \Rightarrow A_\Lambda = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\right| = A$

Οπότε έχουμε:

$$\upsilon_{\max_K} = \omega \cdot A_K \qquad (1)$$

$$\upsilon_{\max_\Lambda} = \omega \cdot A_\Lambda \qquad (2)$$

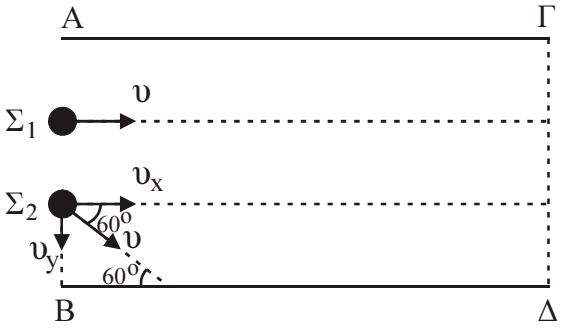
Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\upsilon_{\max_K}}{\upsilon_{\max_L}} = \frac{A_K}{A_\Lambda} = \frac{A\cdot\sqrt{3}}{A} = \sqrt{3}\,.$$

Άρα το σωστό είναι το α.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Β3. Σωστό το α.



Η σφαίρα Σ_1 κινείται ευθύγραμμα και ομαλά από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ και άρα ισχύει:

$$\text{ΑΓ} = \upsilon \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\text{ΑΓ}}{\upsilon} \qquad (1)$$

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ της σφαίρα Σ_2 στις συνιστώσες υ_x, υ_y.
Για τη διαδρομή ΑΓ ισχύει:

$$\upsilon_x = \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ \Rightarrow \upsilon_x = \frac{\upsilon}{2}$$

Και $\text{ΑΓ} = \upsilon_x \cdot t_2 \Rightarrow \text{ΑΓ} = \dfrac{\upsilon \cdot t_2}{2} \Rightarrow t_2 = \dfrac{2\text{ΑΓ}}{\upsilon}$ (2)

Από την (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2\text{ΑΓ}}{\upsilon}}{\frac{\text{ΑΓ}}{\upsilon}} = 2 \Rightarrow t_2 = 2t_1.$$

Άρα σωστό το α.

Σημείωση: Η σφαίρα Σ_2 δέχεται από τους τοίχους δυνάμεις κάθετες στην διεύθυνση της συνιστώσας ταχύτητας της $\vec{\upsilon}_x$. Για αυτό διατηρείται το μέτρο της ταχύτητας αυτής σταθερό.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Με εφαρμογή Steiner η ροπή αδράνειας της δοκού δίνεται:

$$I_\delta = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow$$

$$I_\delta = \frac{4M\ell^2}{12} = \frac{M\ell^2}{3}.$$

Άρα: $I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = I_\delta + I_{\sigma\varphi} = \dfrac{M\ell^2}{3} + m\ell^2 \Rightarrow$

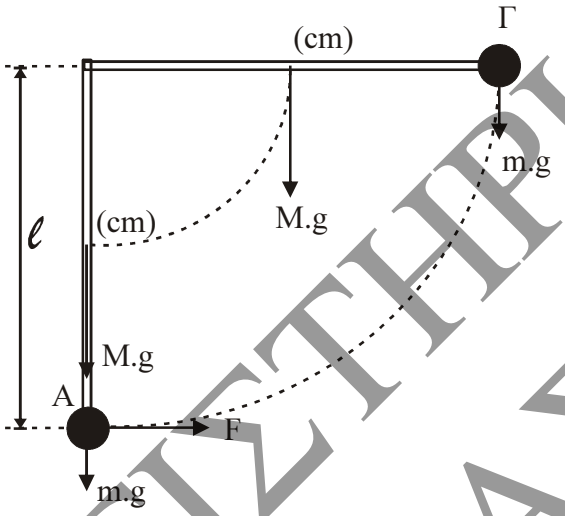
$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{M\ell^2}{3} + \frac{M\ell^2}{2} = \frac{5M\ell^2}{6} \Rightarrow$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

$$I_{\text{συστ}} = \frac{5\cdot 6\cdot 9\cdot 10^{-2}}{6} \Rightarrow I_{\text{συστ}} = 45\cdot 10^{-2}\,\text{Kg}\cdot\text{m}^2.$$

Γ2. Ισχύει: $W = \tau\cdot\theta = F\cdot\ell\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow W = \frac{120}{\pi}\cdot 3\cdot 10^{-1}\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow W = 18\text{ J}.$

Γ3. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. κατά την περιστροφή του συστήματος από τη θέση Α στη θέση Γ.



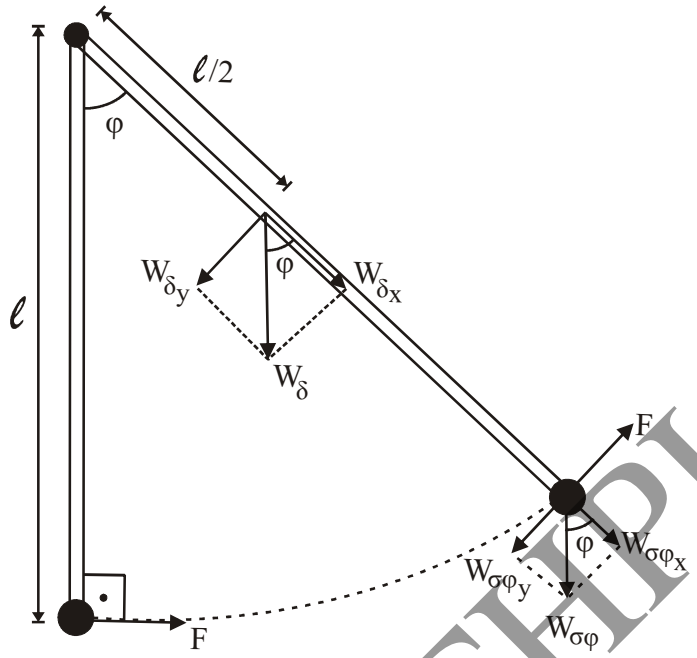
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_{\text{συστ}}\cdot\omega^2 = W_F + W_{\beta\alpha\rho_{(\sigma\varphi)}} + W_{\beta\alpha\rho_{(\delta)}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}0,45\cdot\omega^2 = 18 - m\cdot g\cdot\ell - M\cdot g\cdot\frac{\ell}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}0,45\cdot\omega^2 = 18 - 3\cdot 10\cdot 0,3 - 6\cdot 10\cdot 0,15 \Rightarrow \omega = 0\text{ rad/s}.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Γ4.



Μέγιστη κινητική ενέργεια έχουμε όταν $\omega = \omega_{max}$ δηλαδή τη στιγμή που $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$.
Όμως $\Sigma\tau = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \Sigma\tau = 0$.

Έστω $\hat{\varphi}$ η γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφη στη θέση αυτή.

Ισχύει: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow W_{\delta_y} \cdot \frac{\ell}{2} + W_{\sigma\varphi_y} \cdot \ell = F \cdot \ell \Rightarrow$

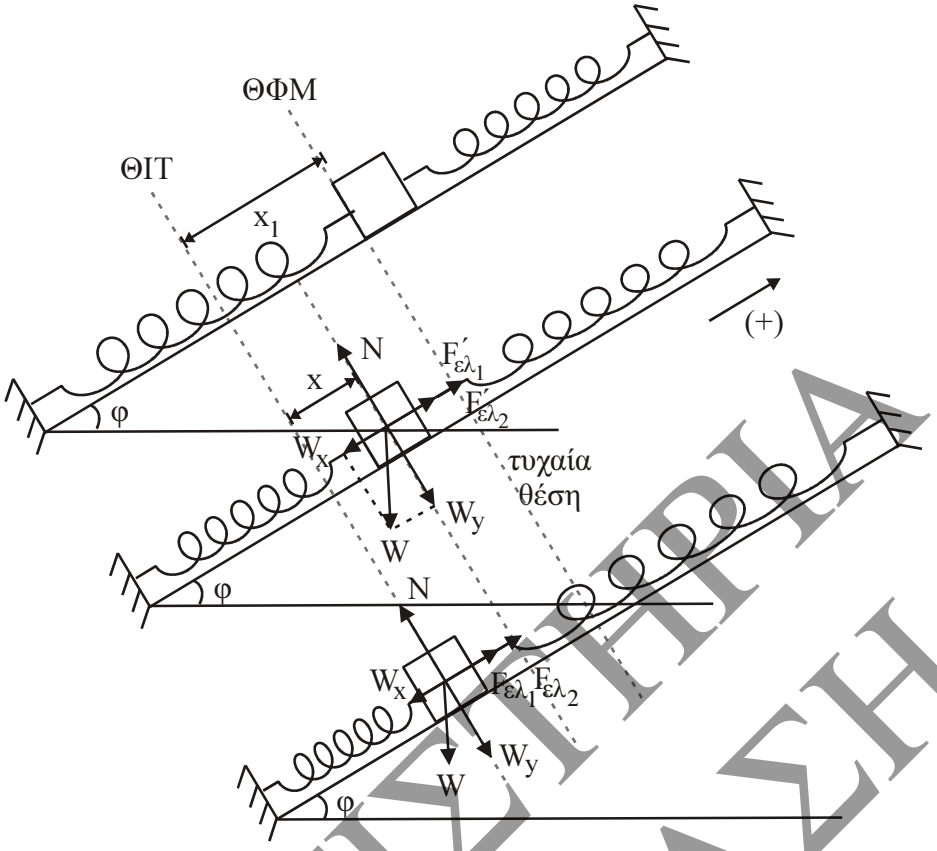
$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot \frac{1}{2} + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = F \Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi = \frac{F}{\left(\frac{M}{2} + m\right) \cdot g} = \frac{30\sqrt{3}}{6 \cdot 10} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Άρα: $\hat{\varphi} = 60°$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

Δ1.



Για την Θ.Ι. ισχύει:

$\sum F_X = 0 \Rightarrow W_X - F_{\varepsilon\lambda_1} - F_{\varepsilon\lambda_2} = 0 \Rightarrow m_1 g\eta\mu\varphi = k_1 x_1 + k_2 x_1 = (k_1 + k_2)x_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10 = 200 \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = 0{,}05\, m$.

Σε μία τυχαία θέση απομάκρυνσης με (+) προς τα πάνω ισχύει:

$\sum F_X = F_{\varepsilon\lambda_1}' + F_{\varepsilon\lambda_2}' - W_X \Rightarrow \sum F_X = k_1(x_1 - x) + k_2(x_1 - x) - mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$

$\sum F_x = (k_1 + k_2)(x_1 - x) - mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \sum F_x = 200 \cdot (x_1 - x) - 10 \Rightarrow$

$\sum F_x = 10 - 200x - 10 \Rightarrow \sum F_x = -200x$

Άρα είναι της μορφής:

$\sum F = -D \cdot x$ όπου $D = (k_1 + k_2) = 200\, N/m$. Άρα εκτελεί Α.Α.Τ.

Δ2. Η σχέση της απομάκρυνσης είναι $x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Το σώμα αφήνεται (δηλ. $\upsilon = 0$) από την αρχική του θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος, άρα η απόσταση $x_1 = 0{,}05$ m.

Από τη Θ.Ι. είναι το πλάτος (A) της ταλάντωσης του Σ_1 δηλ. $A = x_1 = 0{,}05$ m.

Ισχύει για $t = 0$ $\quad x = +A$

$$\text{άρα } x = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow +A = A\,\eta\mu\varphi_0 \Leftrightarrow = \eta\mu\varphi_0 + 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \left[\begin{array}{l} 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ 2\kappa\pi + \left(\pi - \dfrac{\pi}{2}\right) \end{array}\right.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

για $k = 0 \Leftrightarrow \varphi_0 = \pi/2$ rad.

Δίνεται $\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m_1}} = \sqrt{\dfrac{60+140}{2}} = \sqrt{\dfrac{200}{2}} = 10 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}.$

Άρα $x = 0,05\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (SI)

ή $x = 0,05\sigma\upsilon\nu\,\omega t$ (SI)

Δ3. Η σταθερά επαναφοράς δίνεται από τη σχέση $D = m \cdot \omega^2$.

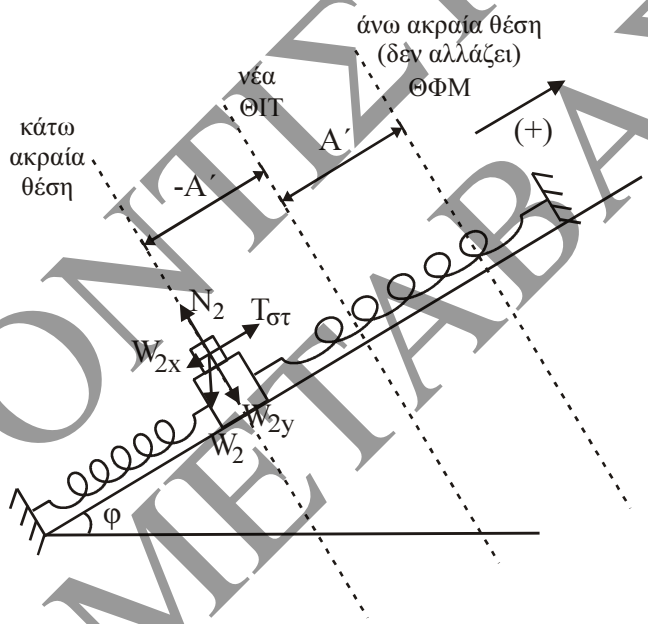
Για το Σ_2 ισχύει: $D_2 = m_2 \cdot (\omega')^2$

Όμως : $\omega' = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\dfrac{200}{6+2}} = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s}$.

Άρα: $D_2 = m_2 \cdot (\omega')^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ N/m}$.

Δ4.

<u>1η Λύση</u>



Σε κάποια θέση κάτω από τη Θ.Ι. εφαρμόζουμε το Β΄ Νόμο του Νεύτωνα:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ με (+) προς τα πάνω $T_{\sigma\tau} - W_x = ma$

$T_{\sigma\tau} = W_x + ma$ μέγιστη $T_{\sigma\tau}$ όταν $a = a_{\max} = \omega'^2 \cdot A'$.

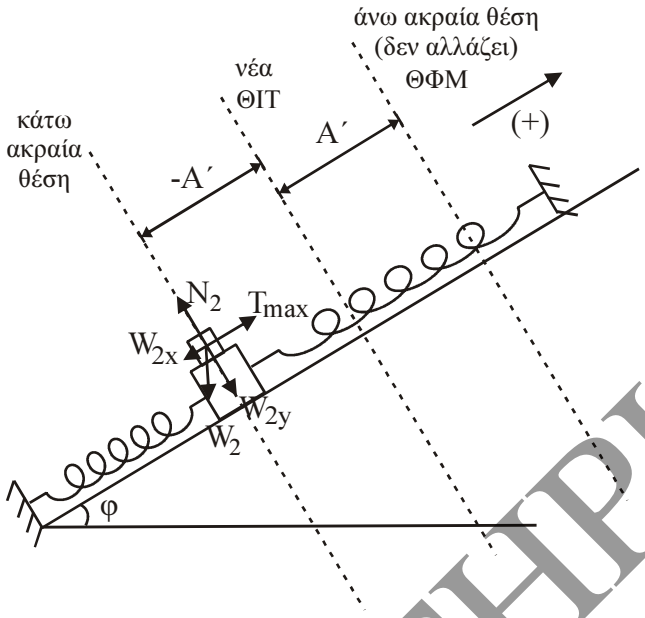
$T_{\sigma\tau} = m_2 \cdot \omega'^2 \cdot A' + m_2 \cdot g \cdot \eta\mu\theta$

$T_{\sigma\tau} = 6 \cdot 5 \cdot 0,2 + 6 \cdot 10 \cdot \dfrac{1}{2} = 30 + 30 = 60 \text{ N}.$

$$\left.\begin{array}{l} T_{\sigma\tau} = \mu_{\sigma\tau} N \text{ όμως} \\ N = W_y = 30\sqrt{3}\,(N) \end{array}\right\} \Rightarrow 60 = \mu_{\sigma\tau} \cdot 30\sqrt{3} \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} = \frac{60}{30\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ

2η Λύση



Με την προσθήκη του δεύτερου σώματος έχουμε αλλαγή θέση ισορροπίας. Στην καινούργια θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)\, g \cdot \eta\mu\varphi = (k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (6+2)10 \cdot \frac{1}{2} = (60+140) \cdot x \Rightarrow 40 = 200x \Rightarrow x = 0,2\,\text{m}.$$

Επειδή το σώμα αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα στην ακραία θέση, και στη νέα ταλάντωση η ακραία θέση θα παραμείνει στο ίδιο σημείο (το συσσωμάτωμα έχει αρχική ταχύτητα μηδέν).

Επειδή η ακραία θέση είναι η θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων, η απόσταση x = 0,2 m θα είναι το νέο πλάτος A' = 0,2 m.

Για το Σ_2 που μετέχει στην ταλάντωση του συστήματος θα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = -D_2 \cdot \vec{x} \Rightarrow \vec{T} + m_2 \cdot \vec{g} \cdot \eta\mu 30° = -D_2 \cdot \vec{x} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec{T} = -m_2 \cdot \vec{g} \cdot \eta\mu 30° - D_2 \cdot \vec{x}$.Επειδή τα διανύσματα της τελευταίας σχέσης είναι συγγραμμικά και λόγω της θετικής φοράς προς τα πάνω η σχέση γράφεται αλγεβρικά:

$$T = -m_2(-g) \cdot \eta\mu 30° - D_2 \cdot x \Rightarrow T = m_2 g\, \eta\mu 30° - D_2 \cdot x.$$

Η μέγιστη τιμή της T προκύπτει για $x = -A'$.

Άρα: $T_{\max} = m_2 g\, \eta\mu 30° + D_2 A'$.

Για να μην ολισθαίνει αρκεί

$$T_{\max} \le \mu \cdot N \Rightarrow m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30° + D_2 \cdot A' \le \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \eta\mu 30° \Rightarrow$$

$$60\frac{1}{2} + 150 \cdot 0,2 \le \mu \cdot 60\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$30 + 30 \le \mu \cdot 30\sqrt{3} \Rightarrow \mu \ge \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΤΑΒΑΣΗ